

信号検出理論の指標をめぐって¹

東北大学 石田 翼

¹この論文を作成する際には東北大学情報科学研究科の加藤孝義教授に様々なご指導をいただきました。厚く感謝します。

概要

信号検出理論の指標をめぐって

東北大学 石田 翼

信号検出理論 (TSD) は、心理学実験での被験者の成績を評価するのに用いられる。しかしそれが文献の中で説明される際は理論的な側面に重点がおかれ、実際に被験者の成績を評価する点に重点をおいた説明はあまりない。この論文では実践的な側面に重点を置いて TSD を説明していく。特に、 d' や A' 、さらには ROC 曲線から求められる TSD の指標の使い方とその計算方法について説明する。TSD の指標としてはオリジナルな指標である d' が有名であるが、あまり安定していない。ノンパラメトリックな指標である A' は d' よりも安定している。特に仮定された 2 つの正規分布の分散が等しくない場合は、 d' よりも安定している。また ROC 曲線より求められる指標も安定しており信頼できる。これらは ROC 曲線に含まれている情報を十分に利用できるからである。さらにこの ROC 曲線自体も、被験者の評定値から求められるので、一般的に用いられている 2 件評定よりも信頼できるのである。

キーワード：信号検出理論，指標，ROC 曲線， d' ， A'

Abstract

On Indices of the Theory of Signal Detection

ISHIDA TSUBASA *Tohoku University*

Theory of signal detection (TSD) is useful to evaluate subjects' performances in psychological experiments. It is ordinarily illustrated in theoretical way but practical way. The aim of this article is to illustrate TSD for practical usage. Especially it is about indices of TSD, such as d' , A' , and indices calculated from ROC curve, computation formula, and its usage. The original index, d' , is the most popular one but not stable. On the other hand, non-parametric index A' is more stable than d' if variances of hypothetical distribution are not equal. The indices calculated from ROC curve are also stable and reliable because they are able to be extract informations in ROC curve, which is calculated from subjects' confidence rating results rather than yes-no task results.

Keywords: theory of signal detection, index, ROC curve, d' , A'

1 初めに

いわゆる心理物理的測定法の一つに、閾値 (threshold) の測定がある。閾値とはなんらかの刺激を意識的に感じとれる・とれないの境界線上の刺激強度のことであり、それを測定することによって、人間の感覚の感度を測るのである。しかし Tanner and Swets(1954)はこの方法以外に、人間の感覚の感度の測定に信号検出理論 (theory of signal detection (detectability)/signal detection (detectability) theory) をもちいる方法を提案した。

信号検出理論は、1950年代にレーダー・システムの通信工学的理論として考案された(竹内ら編, 1989, 804)。そもそもはノイズ (noise) に埋もれた信号 (signal) の検出力を調べ、レーダーの性能評価のために作られた。そこでノイズと信号を、無視すべき刺激と知覚すべき刺激とにそれぞれみなし、心理物理的測定法に応用したのである。

信号検出理論と閾値の測定という手法とを比べると、信号検出理論は被験者のバイアスと、それを取り除いた弁別力とを同時に計測できる利点がある。また、S. S. Stevens によると (cited in Gescheider, 1985, 132)、ノイズが多い状況だと閾値という考え方が疑わしくなる¹ので、信号検出理論の方が好ましい。

この理論は、感覚・知覚の実験で良く用いられるノイズの中からの刺激検出課題の成績の評価に応用されている。さらに記憶の再認課題の成績の評価 (Pollack & Norman, 1964; Pollack, Norman & Galanter, 1964; Banks, 1970; Lockhart & Murdock, 1970 など) や、医療診断でも使われているという (Gescheider, 1985, 123–132)。

このように信号検出理論は実験心理学では基本的な測定手法の一つなので、様々な文献で紹介されている。しかしここでは理論的な説明が主であり、実際に成績の評価に利用する際に重要な指標についてはあまり述べられていない。ほとんどの場合標準的な指標である d' の説明のみであり、 d' と比べて利点の多いその他の指標について触れたものは少ない。特に日本語のものはほとんどなく、あっても執筆された時期が古く最新の知見には触れられていない。よって本稿においてそれら指標について説明していく。

以下でこれらの指標を、上述のように三種類に大きく分けて説明していきたい。まずは、Tanner and Swets(1954) が提案したオリジナルの信号検出理論による指標である。これは上述のように様々な文献に言及があるが、以降の説明に必要な最低限の知識を確認する意味もあるので、簡単に解説する。その後で ROC 曲線による指標と、ノンパラメトリックな指標とを順に説明していくことにする。

2 オリジナルの信号検出理論による指標

最初に Tanner and Swets(1954) が提案した、オリジナルの信号検出理論を説明する。

¹閾値という概念では、刺激にもノイズが含まれているということは考慮されていない (竹内ら編, 1989, 806)。

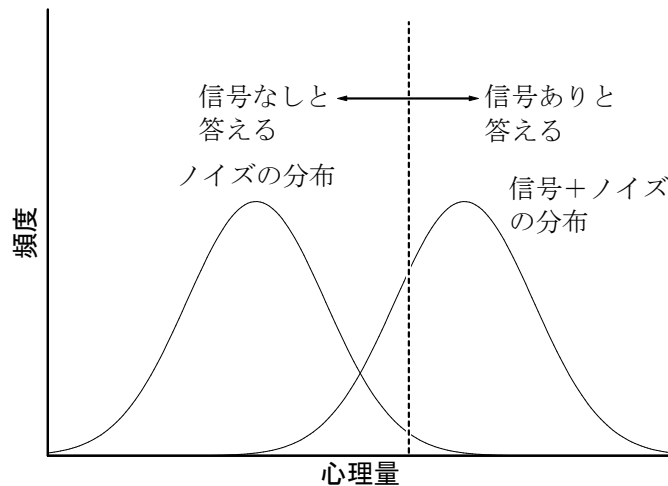


図 1: 信号検出理論

2.1 d' について

まず幾つかの仮定が必要である．物理的な刺激は被験者の内部で，その強度に対応した一次元の心理量に変換されるとする．そしてノイズだけの試行と，ノイズと刺激の両方を呈示される試行では，後者の方が物理エネルギー量が高い分，得られる心理量の平均値も大きいとする．また同等の刺激であっても，被験者の内部で常に同じ心理量を与えられずに誤差があり，全体としてはその誤差は正規分布をとるとみなす（正規性の仮定）．そしてノイズのみの正規分布も，ノイズ + 刺激の正規分布も，同じ分散を持つものと仮定する（等分散性の仮定）．

これらの仮定を図にあらわすと図1のようになる．図1の横軸は一次元の心理量であり，ノイズ + 刺激の正規分布の方が心理量が大きい分，右によっている．一方縦軸は頻度である．それぞれの正規分布の平均値が，物理量に対応した心理量であるので，その値を得る頻度をもっとも多く，平均値から離れるにしたがって頻度は減少していく．

さらに被験者は，刺激の強度がある一定以上の場合には刺激があると反応し，それ以下の場合には刺激がないと反応するとする．その一定の基準 (criterion) が，図1に示す点線である．

すると，刺激 + ノイズの正規分布のうち，点線よりも右側の部分の面積は，刺激 + ノイズの試行で刺激ありと答えた正答（ヒット (hit) と呼ばれる）の比率と等しくなり，一方ノイズのみの正規分布のうち点線よりも右側の部分の面積が，ノイズのみの試行で刺激ありと答える誤答（フォールスアラーム (false alarm), またはフォールスポジティブ (false positive) と呼ばれる）の比率である．ちなみに刺激 + ノイズの試行で刺激なしと答える間違いはミス (miss) と呼び，ノイズのみの試行で刺激なしと答える正答はコレクトリジェクション (correct rejection) と呼ぶ．

これらの比率は実験によって測定され，それらから，この基準とそれぞれの正規分布の平均値との間隔，ひいてはこの2つの正規分布の平均値間隔を算出することができる．

これは物理量に対応した心理量の間隔であり，すなわち被験者のその刺激についての弁別力の指標である．これは d' であらわされる．基準からノイズ分布の平均までの距離を Z_N ，同じく刺激 + ノイズ分布の平均までの距離を Z_{SN} とすると以下の式 (1) のようにあらわされる．

$$d' = Z_N - Z_{SN} \quad (1)$$

2.2 バイアスの指標

2.2.1 β について

さらにこの方法で，被験者の反応の偏りであるバイアス (bias) も調べられる．バイアスを調べるのは，その一定の基準値がどこにあるかであらず．もし被験者の反応が，刺激ありとなしのどちらにも偏っていないならば，基準はノイズのみの分布とノイズ + 刺激の分布の2つの正規分布のちょうど真ん中，それらの交点にくる．しかしどちらかを多く答えるように偏っていると，この基準値はそちらの分布の方に偏った位置にあることになる．その偏り具合は，その基準値におけるそれぞれの正規分布の値の比によってあらわされる．先程の図1に則して説明するなら，それぞれの正規分布と基準値の点線との交点の，それぞれの高さの比である．これは β と呼ばれ，式 (2) のようにあらわされる．

$$\beta = \frac{N(Z_N)}{N(Z_{SN})} \quad (2)$$

ここで $N(Z)$ は平均0，分散1の正規分布である．

2.2.2 その他のバイアスの指標

この β には， d' の値によって取り得る値が変わってくるという欠点がある．

例えば， $d'=0.0$ の時は β は常に1であるが， $d' = 1.0$ ならば0.0から約10.0までの値を取る．そして $d' = 3.0$ となると， β は最大約100の値を取り得る (Banks, 1970, 86)．このため，被験者の感度が異なれば，それぞれのバイアスをあらわす β の値が同じでも比較はできない．

これを改善するため，Banks(1970, 86)はその代替となる測度 C_j を提案している．これはノイズ分布の平均から，被験者の反応の基準までの距離，つまり Z_N の値である．これならば被験者の感度の影響を除くことができる．

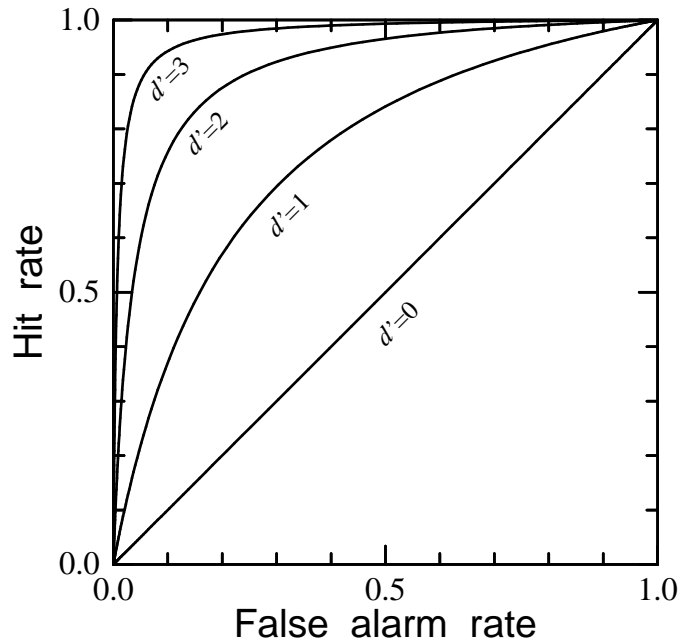


図 2: ROC 曲線の例

3 ROC 曲線による指標

3.1 ROC 曲線とは

ROC(receiver operating characteristic) 曲線は，受信者動作特性曲線・等感受性曲線などと訳されるものである．

ある d' に対して，フォールスアラームの比率を横軸に，ヒットの比率を縦軸にそれぞれとり， β を $-\infty$ から ∞ まで操作すると，曲線が描かれる．これが ROC 曲線である．その例を図 2 に示す．それぞれの d' について，ROC 曲線が描かれている．これら線上の，被験者の反応にかかっているバイアスに対応した位置に成績がプロットされる．

この ROC 曲線からは先述の等分散性の仮定を検証することができる²．さらにそれが満たされていない場合でも，得られた ROC 曲線のパラメータを元にそれを補正した指標を得ることができる．

以下ではこの ROC 曲線を書く方法を 2 種類紹介し，その後そこから算出される指標を解説する．

²正規性の仮定については，この ROC 曲線によっては確認できない．正規分布以外の分布によって ROC 曲線を描いても，正規分布を用いたそれとほぼ等しい物が描けることが知られている (Lockhart & Murdock, 1970, 105-106) ．

3.2 ROC 曲線の描き方

3.2.1 バイアスを操作する

1つは何種類かのバイアスがかかる状況でデータを取り，それをプロットしてROC 曲線を描く方法である．バイアスがかかる状況とは，具体的には刺激 + ノイズの試行での正答の報酬とノイズのみの試行の正答での報酬とに差をつけたり，それぞれの出現確率を変えた状況である．前者においては報酬の高い方を多く答えるというバイアスがかかるであろうし，後者では出現確率が高い方を多く答えるというバイアスが期待される．複数の異なるバイアス下で得られた成績をプロットすれば，ROC 曲線が得られる．

3.2.2 評定させる

もう1つの方法は，被験者の反応を評定によってとる方法である (Pollack & Decker, 1958; 御領, 1973, 68–69)．被験者の反応カテゴリーを刺激あり / なしの2段階にはせず，例えば「確実に (刺激が) ある」「あるようだ」「分からない」「ないようだ」「全くない」の5段階の評定をさせる。「確実にある」を5とし、「全くない」を1とすると，この評定値は被験者内の心理量を反映したものだと思えることができる．

これをさらに上で説明した方法のように，2段階のあり / なしの答えに分割し直すとしてよい．つまり，評定値5をありとみなし4以下をなしとみなす，評定値4・5をありとみなし3以下をなしとみなす，というようにである．この時の分割の基準は，先に説明した被験者の反応を決定する基準値と同じものとみなせる．つまり，評定を二分する基準を操作することは，被験者のバイアスを擬似的に操作することになる．一般に評定が n 段階であれば， $n - 1$ 個の点が打てることになる．

このような評定させる方法で書かれたROC 曲線を，タイプ2のROC 曲線 (type II ROC curve) と呼ぶ (Lockhart & Murdock, 1970)．一方上述のバイアスを操作する方法で求めたROC 曲線はタイプ1のROC 曲線 (type I ROC curve) と呼ぶ．

ROC 曲線はその名の通り曲線であり様々な判断がしにくい．そこでヒットの比率とフォールスアラームの比率とをZ得点化する．それをプロットすると直線にのるので，直線回帰など様々な手法を適用できる．

この直線化されたROC 曲線の傾きは，刺激 + ノイズ分布の分散とノイズ分布の分散との比と等しい．したがって等分散性が満たされていれば1を示す．これによって等分散性の仮定を検証できる．

3.3 ROC 曲線から導かれる指標

上記の方法を用いて求められたROC 曲線から導き出される指標が，幾つか提案されている．これらは等分散性の仮定が満たされていないという状況において，それを補正することができる．

3.3.1 d' との比較が可能な指標

まずあげられるのは、 Δ_m という指標である (御領, 1973, 67; 田中・上村, 1969, 122) . この指標は、ヒットが 0.5 であるとき (Z 得点であらわすならば 0 であるとき) のフォールスアラームの値の Z 得点である . 大抵は回帰分析によって求めた傾きを併用して記述する . ROC 曲線の傾きを S であらわすと、 $D(\Delta_m, S)$ と記述する .

この指標を書き直すと $\Delta_m = Z_N - Z_{SN}/S$ とあらわされる . 式 (1) と比較すれば、この指標はノイズ分布の分散を基準として³補正された d' とみなせることがわかる (Gescheider, 1985, 100–106) .

ROC 曲線と負の対角線との交点から得たヒットの比率とフォールスアラームの比率から算出された d' を指標に使うこともある . d'_e であらわすと、先述の Δ_m とは式 (3) であらわせる関係を持つ .

$$d'_e = 2\Delta_m \frac{S}{(1+S)} \quad (3)$$

また、 Z 得点化した ROC 曲線と原点との距離に $\sqrt{2}$ を乗じた指標 d'_a もある . この ROC 曲線と原点との距離は、後述の A' を Z 得点化した値とみなすことができる (Simpson & Fitter, 1973) .

3.3.2 ROC 曲線より下側の領域の面積

この ROC 曲線を 2 択の強制選択課題によって得られたものと仮定すると、単位正方形の中での ROC 曲線よりも下側の領域の面積は、その課題での正答率とみなせることが証明されている (Green, 1964; 田中・上村, 1969, 112–116) . したがって求められた ROC 曲線からその面積を求めて、それを正答率とみなすことができる .

この面積は陽に評価することはできないので、なんらかの方法で近似的に求めることになる . その方法は様々考えられる . このような場合良く用いられるのは台形法などの数値積分の手法である . 後述する A' は、正規性の仮定を用いないで幾何学的にこの面積を近似する方法である . また Dorfman and Alf (1969) は最尤推定法を用いる方法を提案している .

この面積を算出するコンピュータプログラムが幾つか作成されている . 無料で手に入るものとしては Metz (1993) や Alf and Grossberg (1987) などがある .

3.4 実例

タイプ 2 の方法については上記の説明だけでは把握しにくいので、具体例をあげて説明する .

例えば表 1(a) のような結果を得たとする . 横軸は被験者の評定値で、縦軸は刺激を提示したかしないかであり、表内の数値は、ノイズ + 刺激とノイズのみのそれぞれにおける全

³実験で操作されるのは一般に刺激の方なので、操作されないノイズの方が実験内での変動は少ない . よってこちらの分散を基準として補正する .

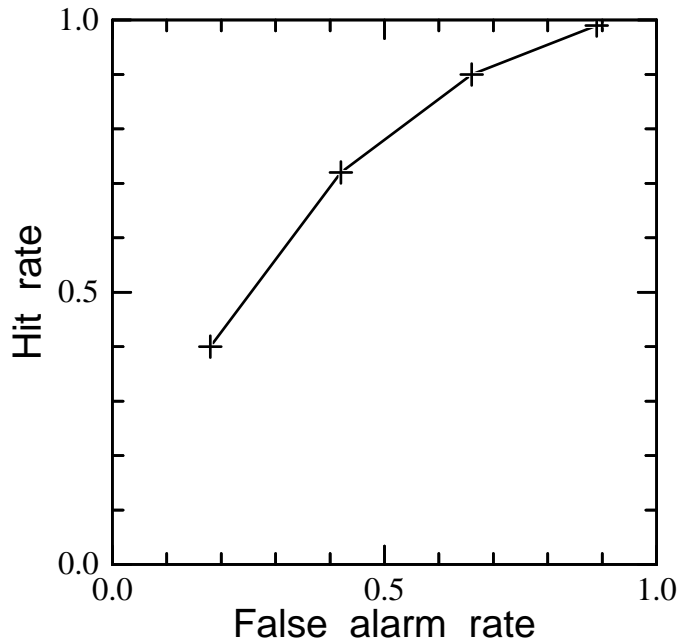


図 3: 評定データ例による ROC 曲線 (比率) .

「刺激あり」反応中の、それぞれの評定値毎の割合である。

まず縦軸の各カテゴリ内でそれらの累計比率を求める。これが表 1(b) である。そうするとこれは、刺激あり/なしに分割し直す基準をそれぞれの評定値の間に置いた場合の、ヒットとフォールスアラームの値となる。つまり、被験者の基準値が 5 と 4 の間、4 と 3 の間、3 と 2 の間、2 と 1 の間であるとみなした場合のそれぞれの成績である。これらからそれぞれの成績を再構成すると表 1(c)-(f) のようになる。これらがそれぞれ ROC 曲線上の 4 つの点となるので、ROC 曲線を描ける。この例をグラフ化したものを図 3 に、それを Z 得点化して直線にしたものを図 4 (比率のそれと対応を取りやすいように両軸の正負の方向を逆にしてある) に示す。

またこの ROC 曲線を Z 得点化したものを回帰分析したパラメータから、上で説明した指標を算出できる。まずこの例に当てはまる回帰直線を算出すると、 $y = 1.1462x - 0.8031$ の式を得る (図 4 中に点線で示してある)。

これよりまず Δ_m を求めるためこの式に $y = 0$ を代入すると、 $\Delta_m = 0.7007$ が得られる。この指標は一般には傾きも併記する。その時は $D(\Delta_m, S) = 0.7007, 1.1462$ とあらわす。

d'_e は Δ_m と傾きから求められる。それぞれを式 (3) に代入し、 $d'_e = 2 \times 0.7007 \times (1.1462 / (1 + 1.1462)) = 0.7484$ が得られる。

d'_a は求めた直線と原点との距離から求める。点と直線の距離の公式を用い $d'_a = \sqrt{2} \times |1.1462 \times 0 - 1 \times 0 - 0.8031| / \sqrt{1.1462^2 + 1^2} = 0.7467$ と求められる。

また ROC 曲線よりも下の領域の面積を求めるには様々な方法があるが、ここでは台形法で近似する。計算過程は省略するが、この例からは 0.6992 が得られる。

表 1: 評定から ROC 曲線を求める例

(a) 評定値データ

	刺激 + ノイズ	ノイズ のみ
5	0.40	0.18
4	0.32	0.24
3	0.18	0.24
2	0.09	0.22
1	0.01	0.11

(b) 評定値データの累計

	刺激 + ノイズ	ノイズ のみ
5	0.40	0.18
4	0.72	0.42
3	0.90	0.66
2	0.99	0.89
1	1.00	1.00

(c) 基準値を評定値 5 と 4 の間として得られた成績 (カッコ内はその比率に対応した Z 得点)

	刺激 + ノイズ	ノイズ のみ
刺激あり反応 とみなす	0.40 (0.25)	0.18 (0.91)
刺激なし反応 とみなす	0.60	0.82

(d) 基準値を評定値 4 と 3 の間として得られた成績 (カッコ内はその比率に対応した Z 得点)

	刺激 + ノイズ	ノイズ のみ
刺激あり反応 とみなす	0.72 (-0.58)	0.42 (0.21)
刺激なし反応 とみなす	0.28	0.58

(e) 基準値を評定値 3 と 2 の間として得られた成績 (カッコ内はその比率に対応した Z 得点)

	刺激 + ノイズ	ノイズ のみ
刺激あり反応 とみなす	0.90 (-1.28)	0.66 (-0.45)
刺激なし反応 とみなす	0.10	0.34

(f) 基準値を評定値 2 と 1 の間として得られた成績 (カッコ内はその比率に対応した Z 得点)

	刺激 + ノイズ	ノイズ のみ
刺激あり反応 とみなす	0.99 (-2.21)	0.89 (-1.23)
刺激なし反応 とみなす	0.01	0.11

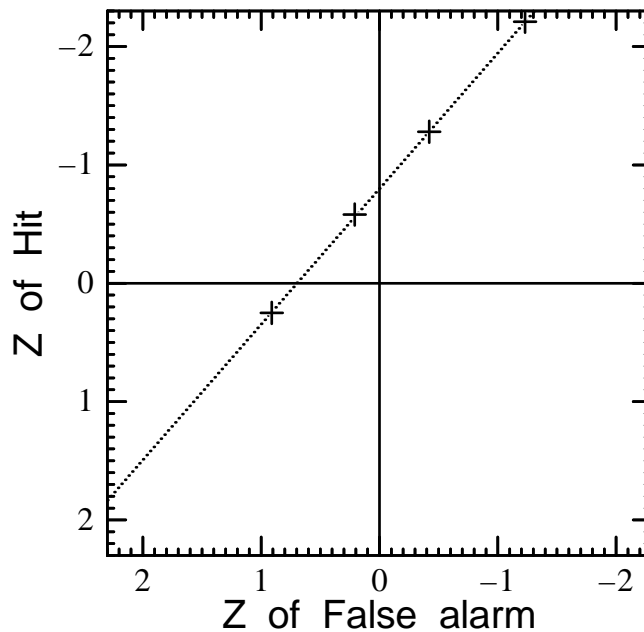


図 4: 評定データ例による ROC 曲線 (Z 得点) . x, y 軸の正負を反転してある (本文参照) .

4 ノンパラメトリックな信号検出理論

4.1 A' の算出

上で説明してきた指標は、どれもある程度正規性の仮定と等分散性の仮定におっっていた。しかしそれらの仮定におっっていない、ノンパラメトリックな手法が考案されているので、それを以下で説明する。

図 5 において、横軸はフォールスアラームの、縦軸はヒットの、それぞれ比率である。図中に示された x, y は測定されたそれぞれの値である。ここで $(1, 1)$ の点からと $(0, 0)$ の点から (x, y) を通る直線が引け、それによって図のように四つの領域に分割される。

この場合 ROC 曲線は (x, y) の点を含むので、図の A_1 と A_2 の領域内を通る。よって I は明らかに ROC 曲線よりも下の領域であり、 A_1 と A_2 は ROC 曲線よりも上の領域の一部と下の領域の一部が含まれる領域である。

ここで、先述のように ROC 曲線よりも下側の領域の面積は正答率とみなせる。そこで、 A_1 と A_2 の面積の半分と I の面積との和を ROC 曲線よりも下の面積と仮定してこの場合の正答率とみなす (Pollack, Norman & Galanter, 1964; Pollack & Norman, 1964)。これは A' と呼ばれているもので、以下の式 (4) のようにあらわせる。

$$A' = I + \frac{A_1 + A_2}{2}$$

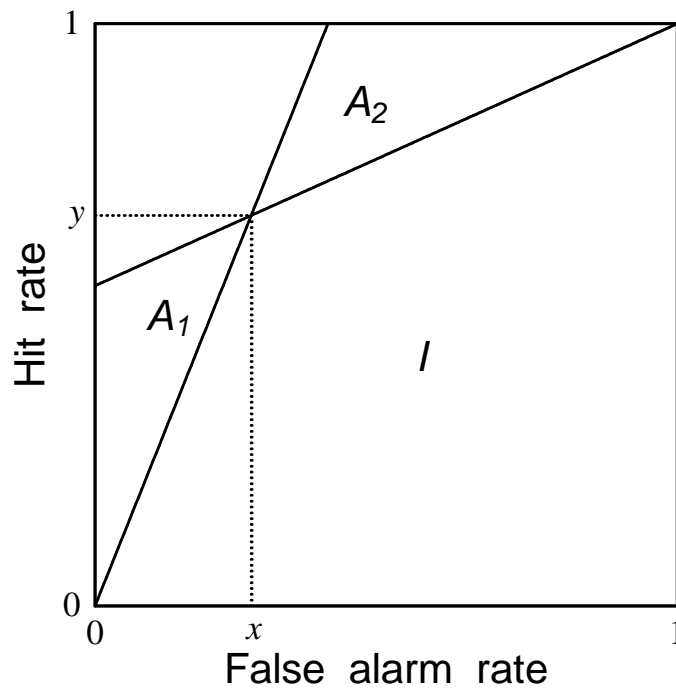


図 5: ノンパラメトリックな信号検出理論

$$= \frac{1}{2} + \frac{(y-x)(1+y-x)}{4y(1-x)} \quad (4)$$

4.2 バイアスの指標 B''

この場合のバイアスの算出法として、Hodos(1970)の方法を Grier(1971)が改良したものがある。この方法は図5の、 A_1 と A_2 のそれぞれの領域の面積の比からバイアスを求める方法である。数式であらわすと式(5)のようになる。

$$\begin{aligned} B'' &= \frac{A_1 - A_2}{A_1 + A_2} \\ &= \frac{y(1-y) - x(1-x)}{y(1-y) + x(1-x)} \end{aligned} \quad (5)$$

しかしこれらのノンパラメトリックな指標は、被験者の成績がチャンスレベル以下の場合には正しくない。Aaronson and Watts(1987)は、その場合のこれらの指標の計算式を提案している。

5 まとめ

5.1 どの測定方法・指標を使うべきか

まず結論から述べれば、可能な限り ROC 曲線から算出される指標を用いた方がよい。なぜならば、普通に yes/no の 2 件評定で測定した値は ROC 曲線のある一点であり、そこからある指標を導き出すのは、その一点だけから ROC 曲線全体を導き出すのに等しいからである。これは一般化としては行き過ぎであり、2 件評定はこの点で問題があると言わざるを得ない。したがって複数の点を測定した上で ROC 曲線を描き、そこから指標を求める方が問題が少ない。

ROC 曲線から得られる指標のなかでは、ROC 曲線よりも下の領域の面積が安定しており勧められている (Richardson, 1972)。 d' との比較が必要な場合には、 d'_a が ROC 曲線よりも下の領域の面積の Z 得点とみなせるため良い (Simpson & Fitter, 1973)。また、先述の ROC 曲線から求められる指標は、すべて Z 得点化した ROC 曲線の回帰直線のパラメータから求められる。他の研究との比較のために、それらのパラメータの値を論文中に明示した方がよい。

しかし、実験の性質によって、ROC 曲線の得られない yes/no の 2 件評定を使わざるを得ない場合もある。この場合に利用できる指標は d' と A' の 2 つであるが、どちらを用いるべきであろうか。これについて Donaldson (1993) が分布の平均間の距離やバイアスを様々に変化させて d' と A' の精度を調査し、一般的に d' よりも A' の方が正確である、という知見を得た。したがってこのような場合は A' を用いる方が適切であると思われる。

またこのような 2 件法を用いる場合は、強制選択法を用いれば、ヒットとコレクトリジェクション、フォールスアラームとミスがそれぞれ等しくなるので、等分散性を満たすことができる。またバイアスの影響を最小限にすることができる (田中・上村, 1969, 124) という利点があるので、このような測定法も可能な限り併用すべきである。

5.2 指標を実際に算出する際の問題

上記の指標を算出する際には、正規分布の累積関数やその逆関数を用いる必要がある。しかしこれらは、正規分布の関数からは導出することはできない。その際に用いられる方法は 2 つ考えられる。

一つは統計学の教科書などにのっている、標準正規分布表を用いる方法である。正規分布の累積関数の逆関数が必要な場合は、普通に使う場合とは逆の方向、すなわち上側確率から Z 得点を求めるように使えばよい。

しかしこの方法ではリアルタイムで成績を評価できず、実験場面などその必要がある場合には不向きである。その際は近似式や展開式を用いれば、計算機上でこれらをプログラムとして実装して、リアルタイムに自動で指標を求めることが可能である。これらの式は山内 (1972) などで紹介されている。

5.3 信号検出理論の可能性

冒頭でも述べたとおり，信号検出理論は「信号」と「ノイズ」という言葉の定義次第で様々な分野で応用可能になる柔軟性を持つ．

その例の一つに，Murdock(1968)の方法がある．彼は系列提示した刺激を系列再生させる課題の成績評定に信号検出理論を用いている．

これは刺激を提示時と同じ系列位置で再生できた場合をヒット，提示時と異なる系列位置で再生してしまった場合をフォールスアラーム，再生すべき系列位置で再生し損ねた場合をミス，それ以外の場合をコレクトリジェクションとみなして指標を計算するという方法である．この場合の「信号」はある系列位置に提示された刺激であり，「ノイズ」はそれ以外の刺激である．

このように「信号」「ノイズ」の定義によって様々な成績の評価に信号検出理論は用いることができる．

また近年のコンピュータの発達によって，計算量の大きさによって実際の利用が制限されることがほとんどなくなった．つまり計算が煩雑であるという理由でこれまで用いられなかった指標（最尤法や数値積分によるROC曲線以下の面積の推定など）も利用され得るようになってきた．したがって今後の信号検出理論は計算量をさほど問題にしない方向に進んでゆき，より正確で応用性の高い指標が今後も提案されていくと思われる．

引用文献

- Aaronson, D., & Watts, B. (1987). Extensions of Grier's Computational Formulas for A' and B'' to Below-Chance Performance. *Psychological Bulletin*, 102, 439–442.
- Alf, E. F., & Grossberg, J. M. (1987). DORF2R.BAS: Analyzing signal-detection theory rating data in the BASIC programming language. *Behaviour Research Methods, Instruments, & Computers*, 19, 475–482.
- Banks, W. P. (1970). Signal detection theory and human memory. *Psychological Bulletin*, 74, 81–99.
- Coombs, C. H., Dawes, R. M., & Tversky, A. (1970). *Mathematical psychology: An elementary introduction*. Prentice-Hall. 小野 茂 (監訳) (1974) 数理心理学序説 新曜社
- Donaldson, W. (1993). Accuracy of d' and A' as estimates of sensitivity. *Bulletin of the Psychonomic Society*, 31, 271–274.
- Dorfman, D. D., & Alf, E. Jr., (1969). Maximum likelihood estimation of parameters of signal detection theory and determination of confidence intervals—Rating method data. *Journal of Mathematical Psychology*, 6, 487–496.

- Gescheider, G. A. (1985). *Psychophysics: Method, Theory, and Application*. Lawrence Erlbaum Associates.
- 御領 謙 (1973) 認知閾の測定と信号検出理論の応用 大山 正 (編) 心理学研究法第2巻 実験1 (pp. 58–69) 東京大学出版会 .
- Gourevitch, V., & Galanter, E. (1967). A significant test for one parameter isosensitivity functions. *Psychometrika*, *32*, 25–33.
- Green, D. M. (1964). General prediction relating Yes-No and forced-choice results. *Journal of Acoustical Society of America*, *36*, 1042(Abstract).
- Grier, J. B. (1971). Nonparametric indexes for sensitivity and bias: Computing formulas. *Psychological Bulletin*, *75*, 424–429.
- Hodos, W. (1970). Nonparametric index of response bias for use in detection and recognition experiments. *Psychological Bulletin*, *74*, 351–354.
- Lockhart, R. S., & Murdock, B. B. Jr. (1970). Memory and the theory of signal detection. *Psychological Bulletin*, *74*, 100–109.
- Metz, C. E. (1993, June 15). ROC software package [Computer programs and sources in FTP archive]. Retrieved June 7, 1997. URL <ftp://random.bsd.uchicago.edu/roc/>.
- Murdock, B. B., Jr. (1968). Serial order effect in short-term memory. *Journal of Experimental Psychology Monograph Supplement*, *76*, part 2.
- Pollack, I. & Decker, L. R. (1958). Confidence ratings, message reception, and the receiver operating characteristic. *The Journal of the Acoustical Society of America*, *30*, 286–292.
- Pollack, I., & Hsieh, R. (1969). Sampling variability of the area under the ROC-curve and of d' . *Psychological Bulletin*, *71*, 161–173.
- Pollack, I., & Norman, D. A. (1964). A non-parametric analysis of recognition experiments. *Psychonomic Science*, *1*, 125–126.
- Pollack, I., Norman, D. A., & Galanter, E. (1964). An efficient non-parametric analysis of recognition memory. *Psychonomic Science*, *1*, 327–328.
- Richardson, J. T. (1972). Nonparametric Indexes of Sensitivity and Response Bias. *Psychological Bulletin*, *78*, 429–432.
- Simpson, A. J., & Fitter, M. J. (1973). What is the best index of detectability? *Psychological Bulletin*, *80*, 481–488.
- 竹内 啓ら (編) (1989) 統計学辞典 . 東洋経済新報社 .

田中 良久・上村 保子 (1969) 信号検出理論 田中 良久 (編) 講座心理学 第2巻 計
量心理学 (pp. 105–140) 東京大学出版会 .

Tanner, W. P., Jr., & Swets, J. A. (1954). A decision-making theory of visual detection. *Psycho-
logical Review*, 61, 401–409.

山内 二郎 (編) , 1972 , 統計数値表 JSA-1972 . 日本規格協会 .